九州大学 工学部地球環境工学科
船舶海洋システム工学コース

海事統計学　第12回 （担当:木村）

仮説検定(2):正規母集団の平均値の検定

授業の資料等は

http://sysplan.nams.kyushu-u.ac.jp/gen/index.html

検定によってどんなことが判定できるか？

・比率の検定

（1） 母比率 p が、ある値 p_0 に等しいといえるか？

（2） 比率の差の検定： 2つの異なる母集団の間で、母比率に差があるといえるか？

・平均値の検定（正規母集団）

（1） 母集団の平均値 μ が、ある値 μ_0 に等しいといえるか？

（2） 平均値の差の検定： 2つの異なる母集団の間で、母平均に差があるといえるか？

・分散の検定

（1） 正規母集団の分散 σ^2 が、ある値 σ_0^2 に等しいといえるか？

（2） 分散の差の検定： 2つの異なる正規母集団の間で、分散に差があるといえるか？

・適合度の検定

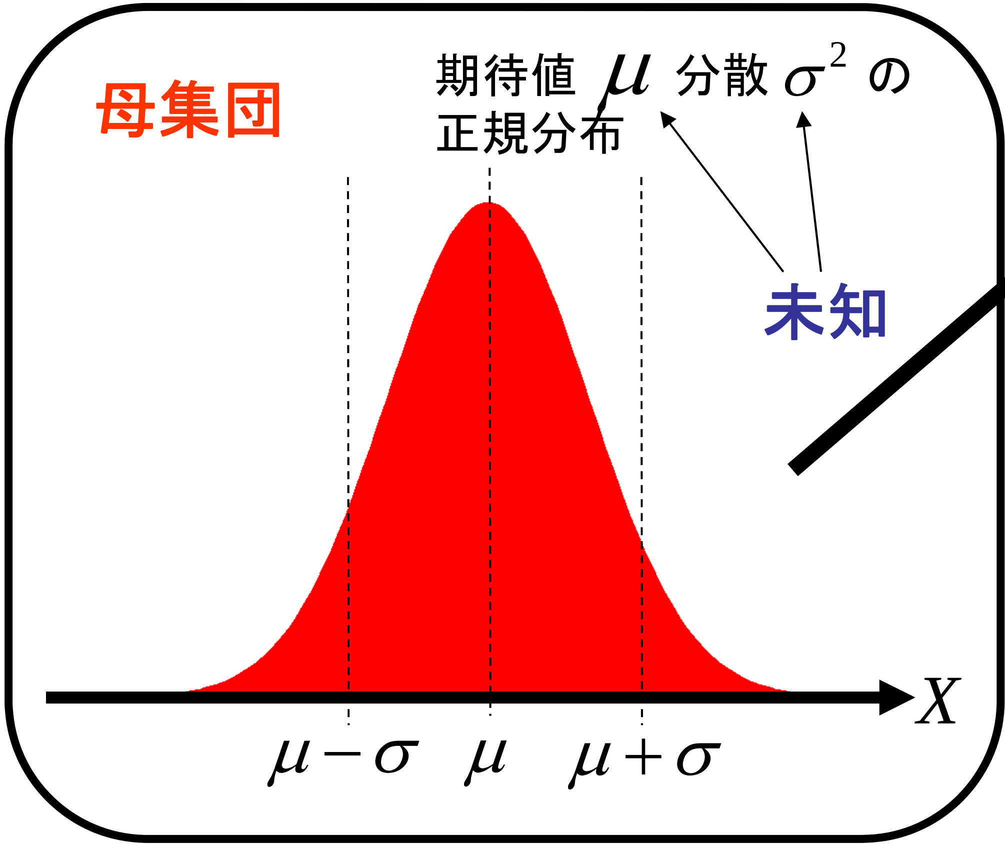
（1） 観察されたデータが、特定の分布に一致しているといえるか？

（2） 2つの母集団の確率分布が異なるものであるかどうか？

分布の種類を問わない
（ノンパラメトリック）
コルモゴロフ・スミルノフ検定

【復習】 母集団と標本

正規分布であることだけは既知



母集団分布に従うn個の**標本**

$$x_1, x_{2,} \cdots, x_n$$

標本より、母集団分布の
期待値 μ のとりうる範囲
を推定する

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$ 標本平均

標本平均 $\bar{x}$ は $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ の**正規分布**

標準化

確率変数 は、

標準正規分布 $N(0,1)$ に従う

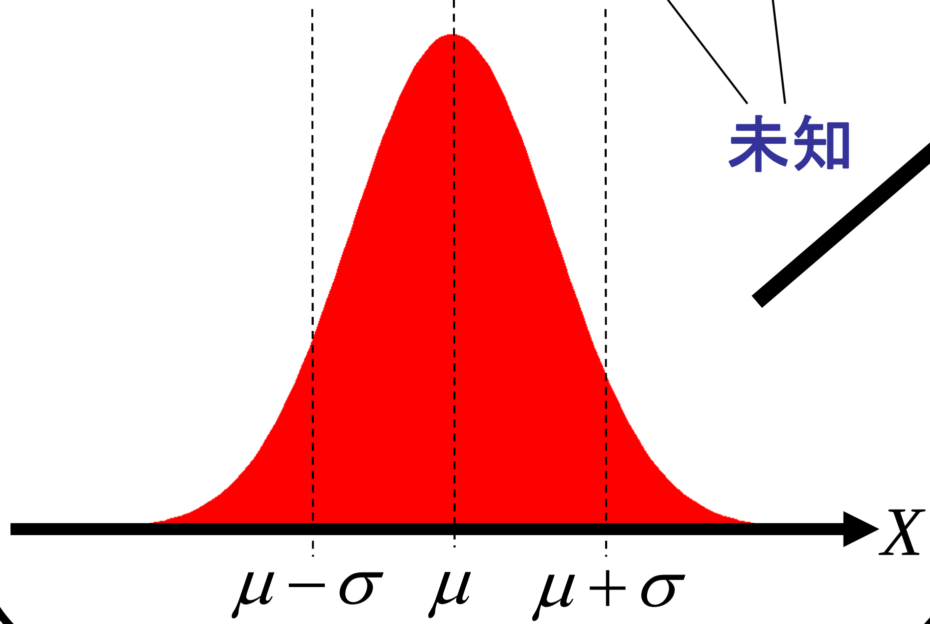
【復習】 母集団と標本

正規分布であることだけは既知

母集団

期待値 μ 分散 σ^2 の
正規分布

未知



母集団分布に従うn個の**標本**

$$x_1, x_2, \cdots, x_n$$

標本より、母集団分布の
期待値 μ のとりうる範囲
を推定する

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$ 標本平均

標本平均 $\bar{x}$ は $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ の**正規分布**

標準化

確率変数 $z = \dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ は、

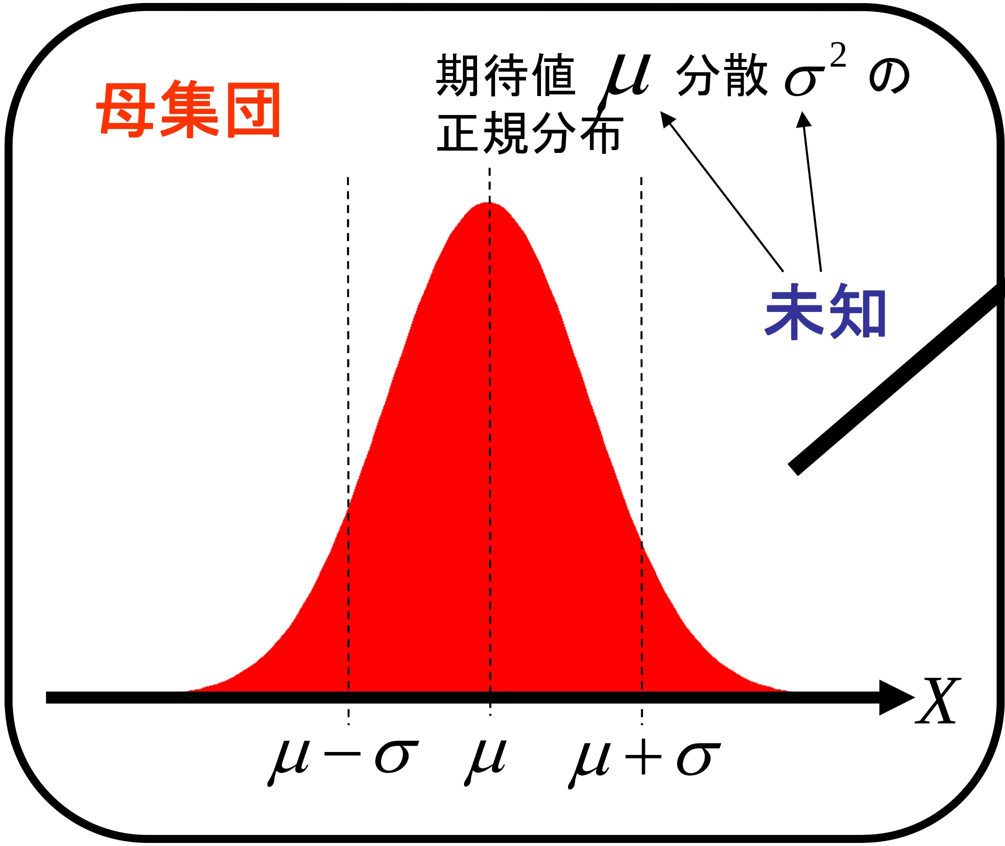
標準正規分布 $N(0,1)$ に従う

この性質を利用して真の期待値 μ の
範囲を推定できる

ただし、真の分散 σ^2 が既知で
なければならない → **非実用的**

【復習】 母集団と標本

正規分布であることだけは既知



母集団分布に従うn個の標本

$$x_1, x_2, \cdots, x_n$$

標本より、母集団分布の
期待値 μ のとりうる範囲
を推定する

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$ 標本平均

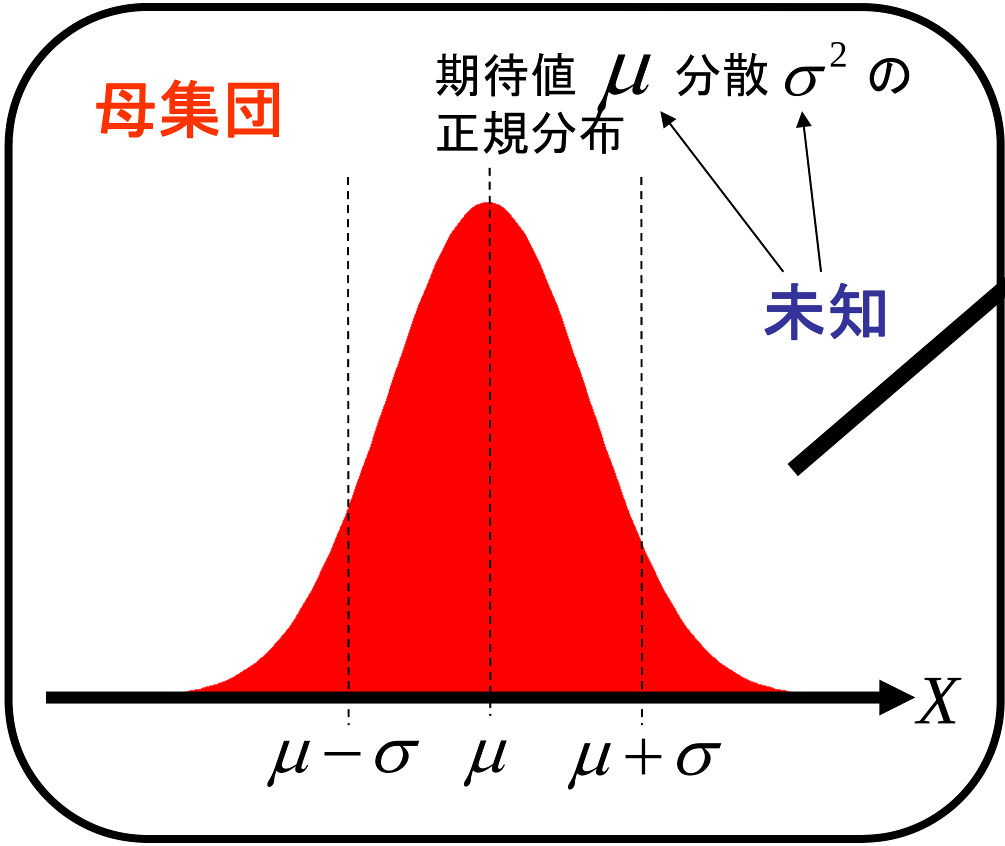
$$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$ 標本不偏分散とすると、

確率変数 $$t = \frac{\bar{x} - \mu}{U / \sqrt{n}}$$ は、

自由度 n-1 の t分布に従う性質がある

【復習】 母集団と標本

正規分布であることだけは既知



母集団分布に従うn個の**標本**

$$x_1, x_2, \cdots, x_n$$

標本より、母集団分布の
期待値 μ のとりうる範囲
を推定する

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$ 標本平均

$$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$ 標本不偏分散とすると、

確率変数 $t = \dfrac{\bar{x}-\mu}{U/\sqrt{n}}$ は、

標本統計量
でσを代用

自由度 n-1 の t分布に従う性質がある

【復習】t 分布

標本数 n+1

自由度 n の
t分布の確率密度関数

$$f(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

ただし　$\Gamma(x)$　:ガンマ関数

n ＝1　のとき
コーシー分布

コーシー分布の
確率密度関数

$$f(x)=\frac{1}{\pi\left(1+x^2\right)}$$

**コーシー分布の
期待値と分散
は定義できない**

→ 中心値極限定理が
成り立たない特殊な分布

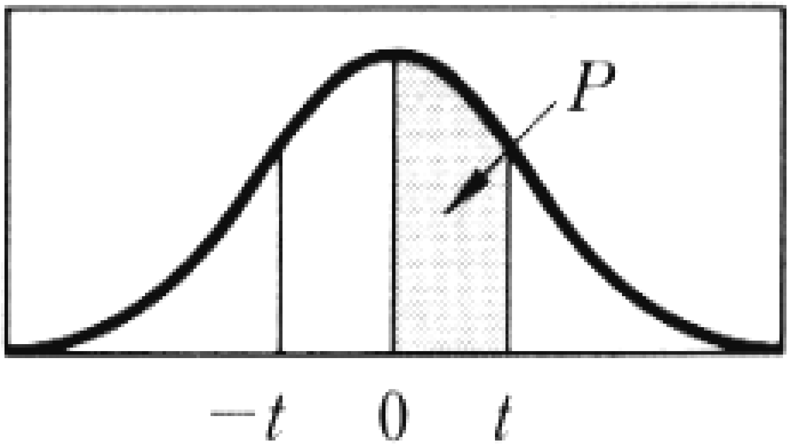
n→∞の極限では
正規分布になる

→ 標本数 n+1 が30程度までなら **t分布表**を利用

→ 標本数 n+1 が40以上なら**正規分布表**を利用

t 分布表

自由度
（Degree of freedom）
(n-1)



カゲの部分の確率 P に対する t の値を示す。

d.f. \ P	.25	.40	.45	.475	.49	.495	.4995
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

【参考:ガンマ関数】

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(1) = 1 \quad \Gamma(2) = 1 \quad \Gamma(3) = 2$$

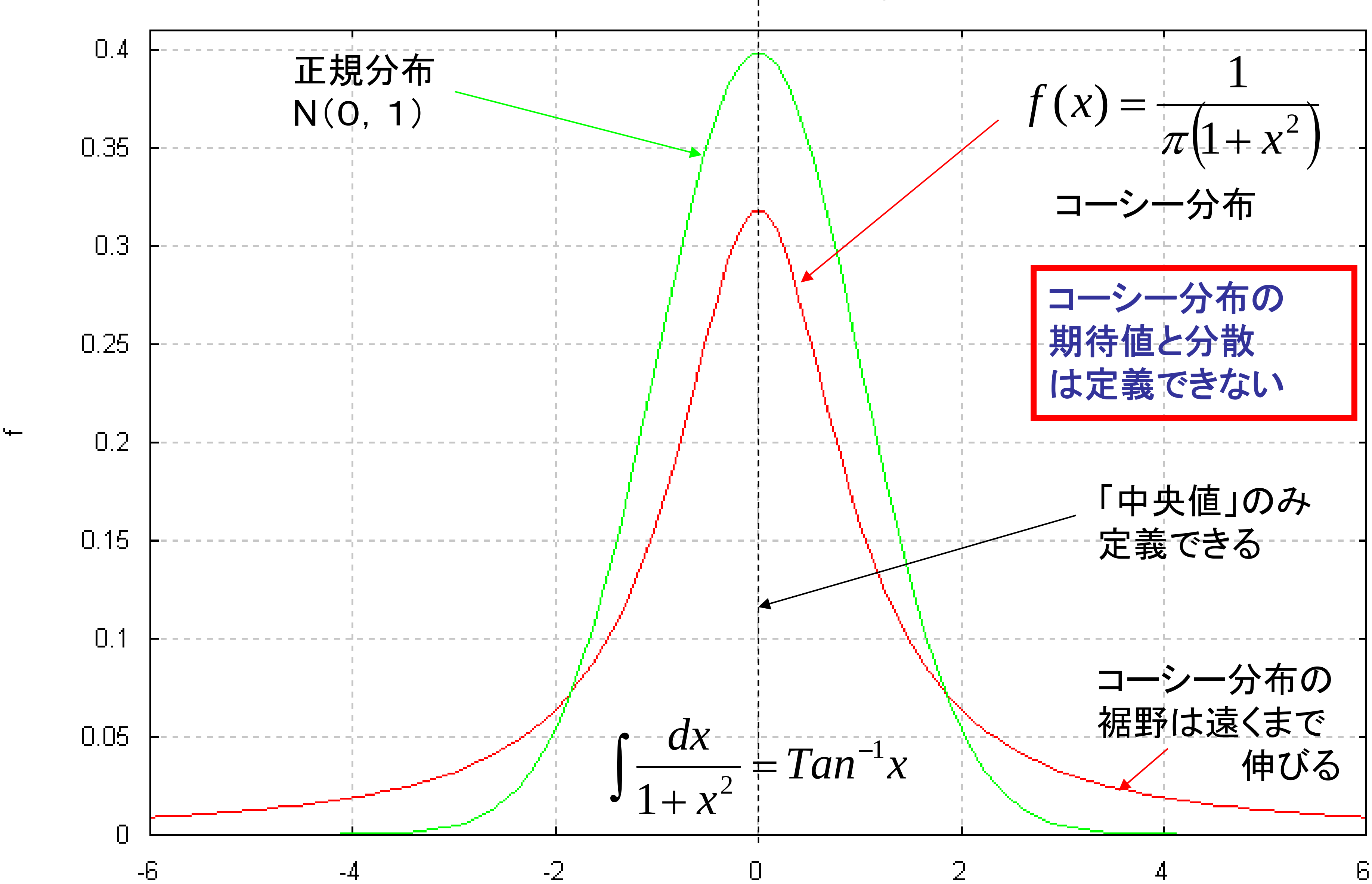
$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

x が正の整数のとき

$$\Gamma(x) = (x-1)!$$

【参考】 自由度1のt分布 ＝ 「コーシー分布」

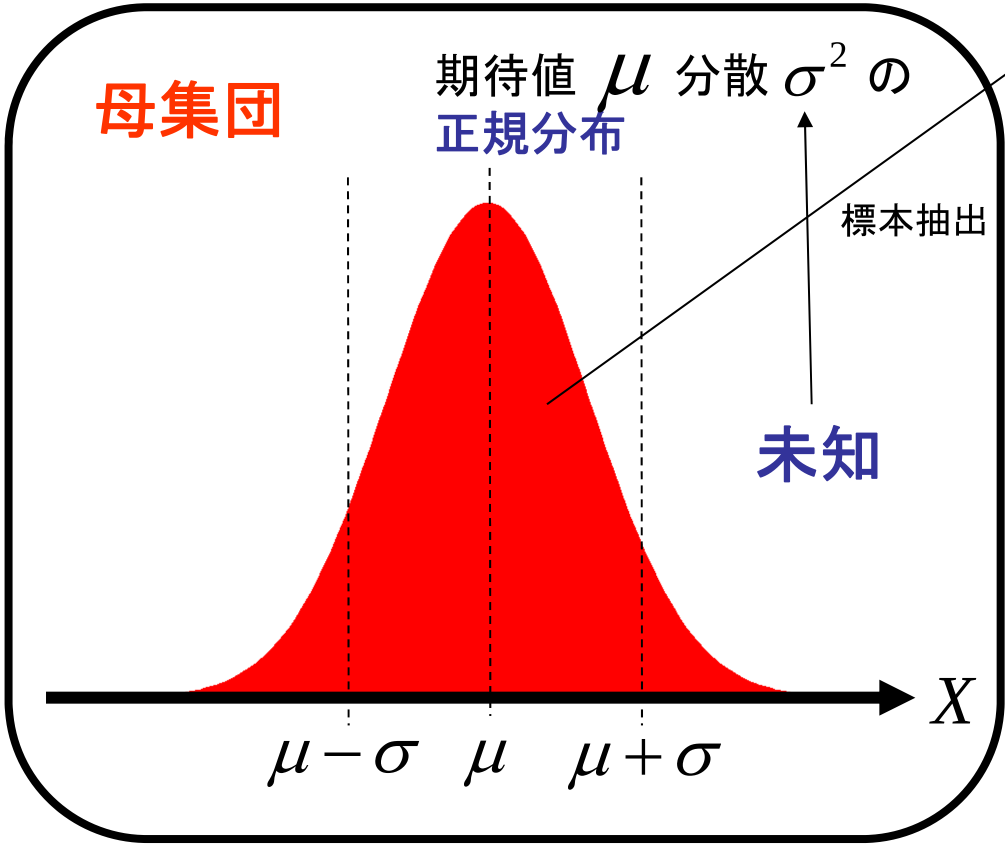
（Cauchy distribution）

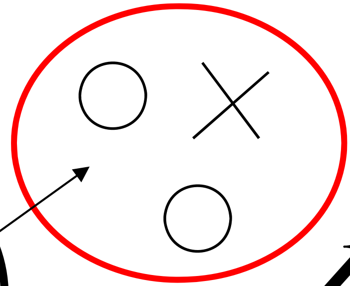


正規母集団の母平均の検定

標本 $x_1, x_2, \cdots, x_n$

（1） 母平均 μ がある値 μ_0に等しい
　　といえるかどうか？





標本平均

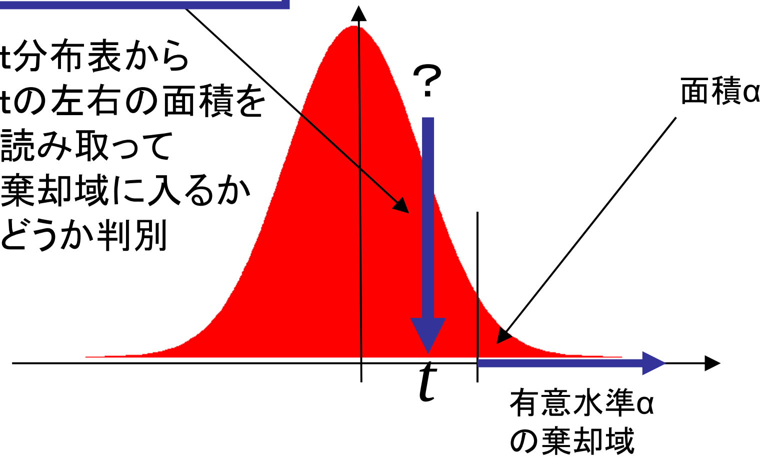
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$

標本不偏分散

$$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

標準化

自由度 n-1 の t分布



母平均 $\mu = \mu_0$ ← **帰無仮説**

対立仮説

$\mu > \mu_0$ → **片側検定**
（または $\mu < \mu_0$）

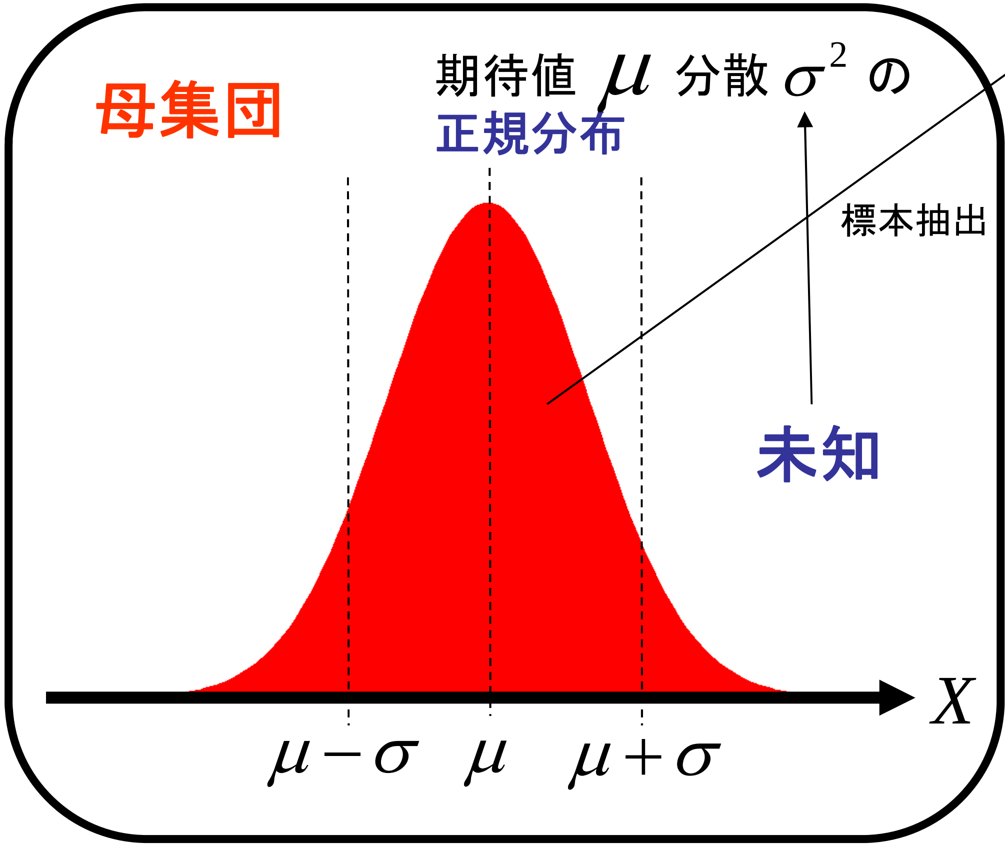
$\mu \neq \mu_0$ → **両側検定**

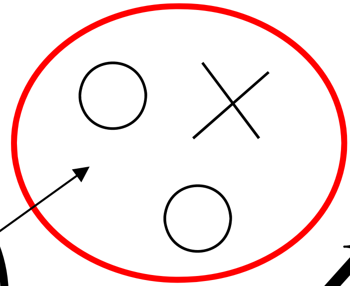
有意水準αを設定し、標本から得られたt
が t 分布の棄却域に入るかどうか判定
棄却域に入ったら帰無仮説を棄却する

正規母集団の母平均の検定

標本 $x_1, x_2, \cdots, x_n$

（1） 母平均 μ がある値 μ_0に等しい
　　いえるかどうか？





標本平均

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_n}{n}$$

標本不偏分散

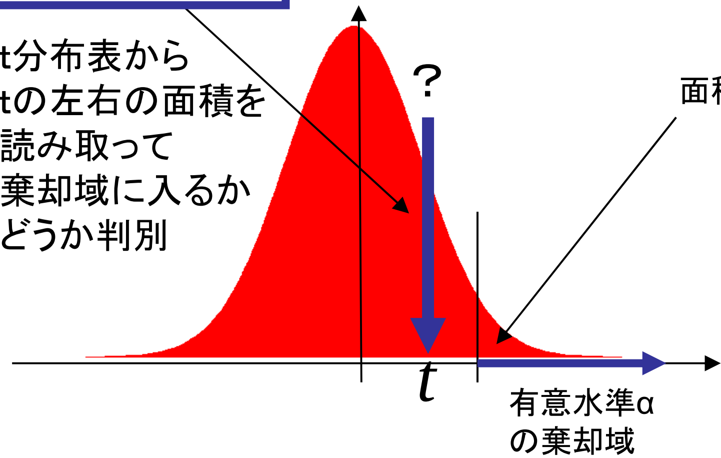
$$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

標準化

$$\boxed{t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{U / \sqrt{n}}}$$

自由度 n-1 の t分布

t分布表から
tの左右の面積を
読み取って
棄却域に入るか
どうか判別



母平均 $\mu = \mu_0$ ← 帰無仮説

対立仮説

$\mu > \mu_0$ （または $\mu < \mu_0$） → 片側検定

$\mu \neq \mu_0$ → 両側検定

有意水準αを設定し、標本から得られたt
が t 分布の棄却域に入るかどうか判定
棄却域に入ったら帰無仮説を棄却する

【練習問題】

ある定期航路において、同型の貨物船による航海に要する日数は25.5日と言われている。
ある年において、 同型の貨物船 20隻について航海に要した日数を調査すると、
平均24.0日、標準偏差（標本不偏分散のルート）2日であった。
この年は何か有意な影響があったと考えるべきか？　有意水準 5%で検定せよ。

ただし　$\sqrt{5} = 2.24$　として計算せよ。

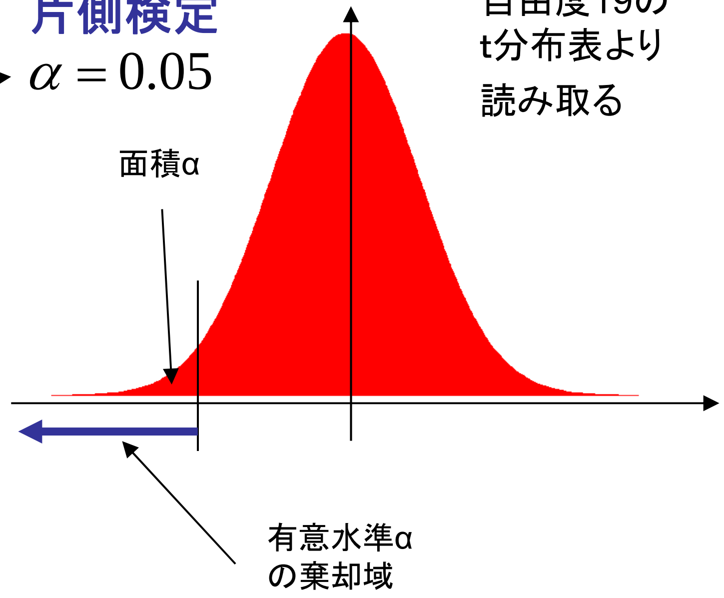
帰無仮説： $\mu_0 = 25.5$

対立仮説： $\mu_0 < 25.5$

片側検定

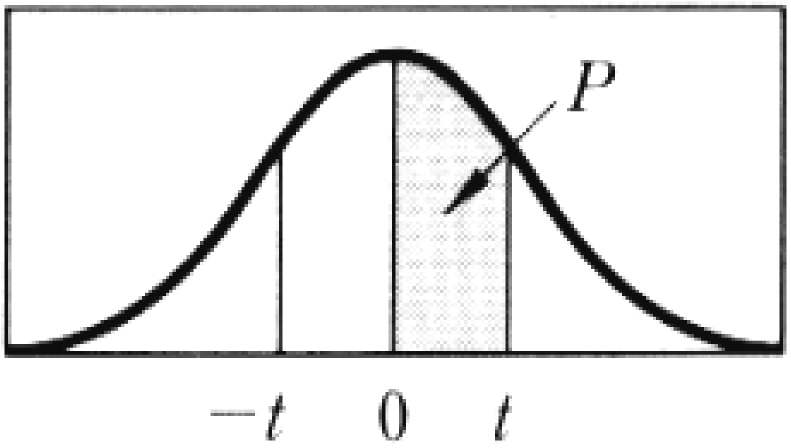
$\alpha = 0.05$

データ数 n = 20　自由度19



t 分布表

自由度
（Degree of freedom）
(n-1)



【参考：ガンマ関数】

$$\Gamma(x)=\int_0^{\infty} t^{x-1}e^{-t}dt$$

$$\Gamma(1)=1 \quad \Gamma(2)=1 \quad \Gamma(3)=2$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$$

x が正の整数のとき

$$\Gamma(x)=(x-1)!$$

カゲの部分の確率 P に対する t の値を示す。

$d.f.$ \ P	.25	.40	.45	.475	.49	.495	.4995
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

【練習問題】

ある定期航路において、同型の貨物船による航海に要する日数は25.5日と言われている。
ある年において、 同型の貨物船 20隻について航海に要した日数を調査すると、
平均24.0日、標準偏差（標本不偏分散のルート）2日であった。
この年は何か有意な影響があったと考えるべきか？　有意水準 5%で検定せよ。

ただし　$\sqrt{5} = 2.24$　として計算せよ。

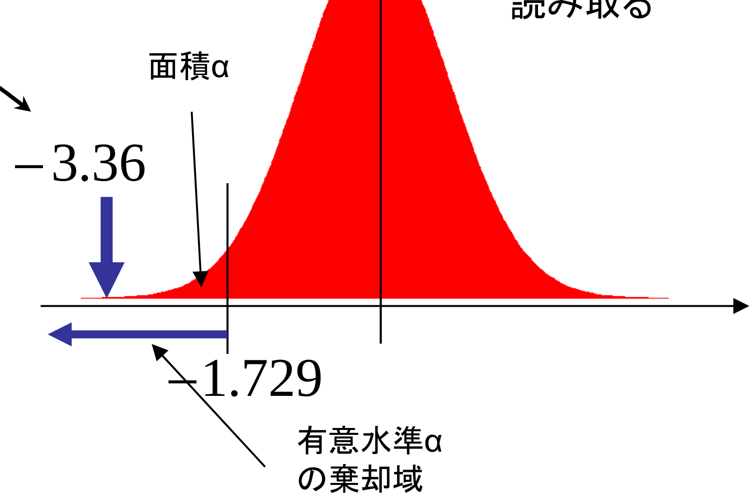
帰無仮説： $\mu_0 = 25.5$

対立仮説： $\mu_0 < 25.5$

片側検定
$\alpha = 0.05$

データ数 n = 20　自由度19

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{U \big/ \sqrt{n}} = \frac{24 - 25.5}{2 \big/ \sqrt{20}} = -3.36$$



棄却域に入るので、
帰無仮説は棄却される
＝何か有意な影響があったと考えるべき

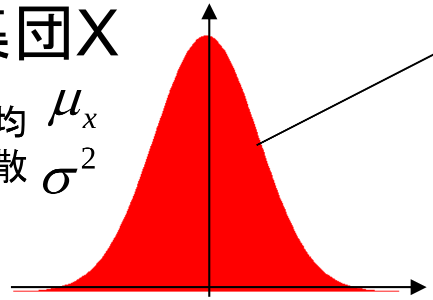
正規母集団の母平均の差の検定

（ただし**分散には差が無い**場合）

（2） 異なる2つの母集団の間で、
母平均に差があるといえるかどうか？

母集団X

母平均 μ_x
母分散 σ^2



○ ×
標本X ○

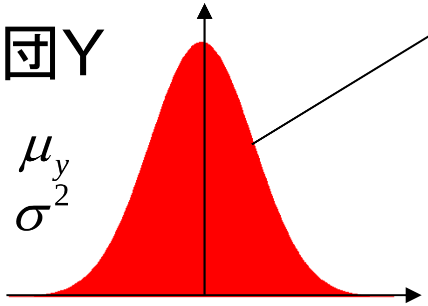
$x_1, x_2, \cdots, x_m$

標本平均 $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_m}{m}$

標本不偏分散 $U_x^2 = \dfrac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2$

母集団Y

母平均 μ_y
母分散 σ^2



○ ×
標本Y ○

$y_1, y_2, \cdots, y_n$

標本平均 $\bar{y} = \dfrac{y_1 + y_2 + \cdots, + y_n}{n}$

標本不偏分散 $U_y^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$

$\bar{x} - \bar{y}$ の分布は、平均値 $\mu_x - \mu_y$
分散 $\sigma^2\left(\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n}\right)$

標準化

母平均 $\mu_x = \mu_y$ ← **帰無仮説**

$\hat{\sigma}^2$

母分散は未知なので標本より以下の推定値を用いる

$$U^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2 + \sum_{j=1}^{n}(y_j - \bar{y})^2}{m+n-2} = \frac{(m-1)U_x^2 + (n-1)U_y^2}{m+n-2}$$

このとき t は自由度 m＋n－2 の t分布

有意水準αを設定し、標本から得られたt
がt分布の棄却域に入るかどうか判定
棄却域に入ったら帰無仮説を棄却する

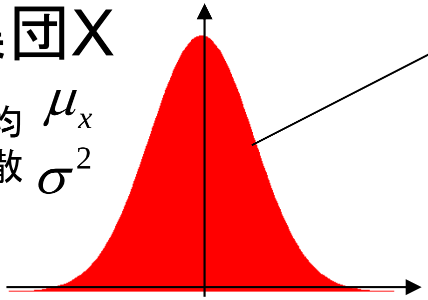
正規母集団の母平均の差の検定

（ただし**分散には差が無い**場合）

（2） 異なる2つの母集団の間で、
母平均に差があるといえるかどうか？

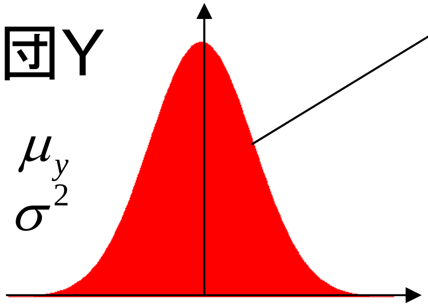
母集団X

母平均 μ_x
母分散 σ^2



母集団Y

母平均 μ_y
母分散 σ^2



○ ×
標本X ○

$x_1, x_2, \cdots, x_m$

標本平均 $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots, + x_m}{m}$

標本不偏分散 $U_x^2 = \dfrac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2$

○ ×
標本Y ○

$y_1, y_2, \cdots, y_n$

標本平均 $\bar{y} = \dfrac{y_1 + y_2 + \cdots, + y_n}{n}$

標本不偏分散 $U_y^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$

$\bar{x} - \bar{y}$ の分布は、平均値 $\mu_x - \mu_y$

分散 $\sigma^2\left(\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n}\right)$

標準化

$$t = (\bar{x} - \bar{y})\sqrt{\frac{(m+n-2)\,mn}{\left((m-1)U_x^2 + (n-1)U_y^2\right)(m+n)}}$$

このとき t は自由度 m＋n－2 の t分布

母平均 $\mu_x = \mu_y$ ← **帰無仮説**

$\hat{\sigma}^2$

母分散は未知なので標本より以下の推定値を用いる

$$U^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2 + \sum_{j=1}^{n}(y_j - \bar{y})^2}{m+n-2} = \frac{(m-1)U_x^2 + (n-1)U_y^2}{m+n-2}$$

有意水準αを設定し、標本から得られたt
がt分布の棄却域に入るかどうか判定
棄却域に入ったら帰無仮説を棄却する

【練習問題】

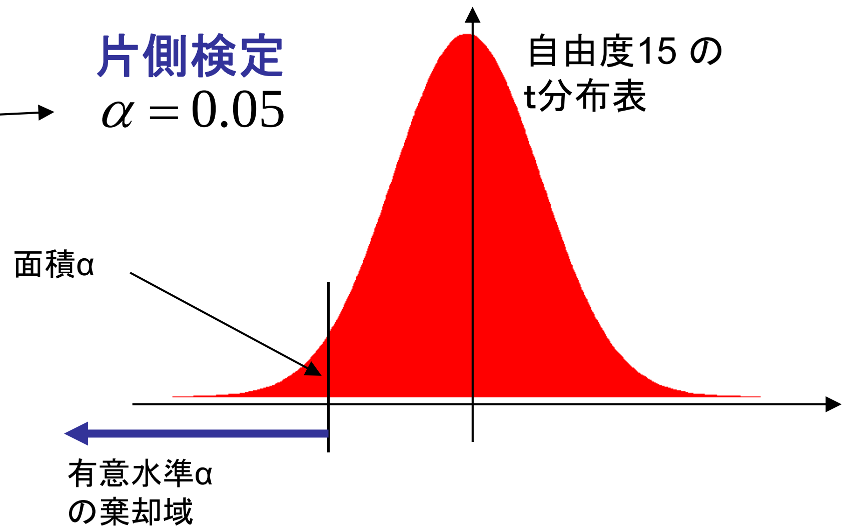
X社製重油とY社製重油の硫黄含有量について調べたところ、X社の重油1kg 10サンプルについては平均 27g、標準偏差（標本不偏分散のルート） 1.7g であり、
Y社の重油1kg　7サンプルについては平均29.3g、標準偏差（同） 1.9g であった。
この2銘柄の間で硫黄の平均含有量には差があるだろうか？有意水準5%で検定せよ。
ただし硫黄の含有量は正規分布と仮定する。

帰無仮説： $\mu_x = \mu_y$

対立仮説： $\mu_x < \mu_y$

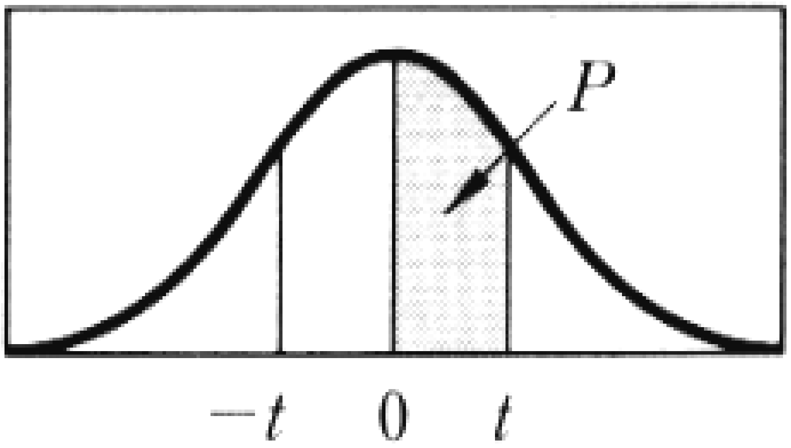
片側検定
$\alpha = 0.05$

データ数 m = 10, n = 7 自由度 10+7-2 = 15



t 分布表

自由度
（Degree of freedom）
(n-1)



【参考：ガンマ関数】

$$\Gamma(x)=\int_0^{\infty} t^{x-1}e^{-t}dt$$

$$\Gamma(1)=1 \quad \Gamma(2)=1 \quad \Gamma(3)=2$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$$

x が正の整数のとき

$$\Gamma(x)=(x-1)!$$

カゲの部分の確率 P に対する t の値を示す。

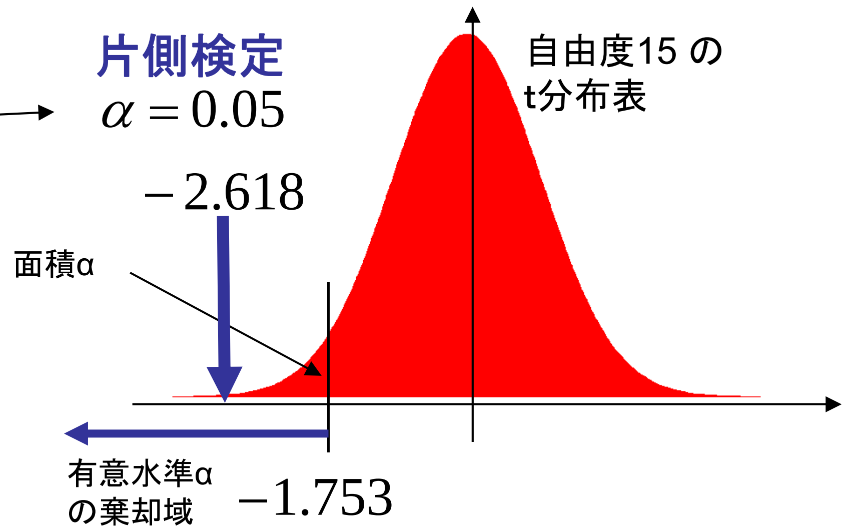
d.f. \ P	.25	.40	.45	.475	.49	.495	.4995
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

【練習問題】

X社製重油とY社製重油の硫黄含有量について調べたところ、X社の重油1kg 10サンプルについては平均 27g、標準偏差（標本不偏分散のルート）1.7g であり、
Y社の重油1kg　7サンプルについては平均29.3g、標準偏差（同）1.9g であった。
この2銘柄の間で硫黄の平均含有量には差があるだろうか？有意水準5%で検定せよ。
ただし硫黄の含有量は正規分布と仮定する。

帰無仮説： $\mu_x = \mu_y$

対立仮説： $\mu_x < \mu_y$



データ数 m = 10, n = 7　自由度 10+7-2 = 15

$$t = (\bar{x} - \bar{y})\sqrt{\frac{(m+n-2)\,mn}{\left((m-1)U_x^2 + (n-1)U_y^2\right)(m+n)}}$$

$$= (27 - 29.3)\sqrt{\frac{(10+7-2)\times 10\times 7}{\left((10-1)\times 1.7^2 + (7-1)\times 1.9^2\right)(10+7)}}$$

$$= -2.618$$

棄却域に入るので、
帰無仮説は棄却される
＝2銘柄に差がある

【演習問題】　2018.05.29　学籍番号　　　　　　氏名

次のデータは、ある繊維にA、Bの2種類の強化剤を塗布した場合の強度を測定したものである。これらの強化剤には効果に差があるといえるか。有意水準 5%で検定せよ。

ただし $\sqrt{\frac{5}{39}} = 0.358$ として計算せよ。

また強度は正規分布をしめすものと仮定する。

A	48, 42, 62, 62, 56	（平均 54）
B	52, 44, 38, 58, 58	（平均 50）

以下に明確に回答すること:

・帰無仮説は？

・対立仮説は？

・片側 or 両側検定？

・自由度は？

・有意水準5%の棄却域は？

・データは棄却域に入る？

・結論は？

【演習問題】　　　　　　　　学籍番号　　　　　　　氏名

次のデータは、ある繊維にA、Bの2種類の強化剤を塗布した場合の強度を測定したものである。これらの強化剤には効果に差があるといえるか。有意水準 5%で検定せよ。

ただし $\sqrt{\dfrac{5}{39}} = 0.358$ として計算せよ。

また強度は正規分布をしめすものと仮定する。

A	48, 42, 62, 62, 56	（平均 54）
B	52, 44, 38, 58, 58	（平均 50）

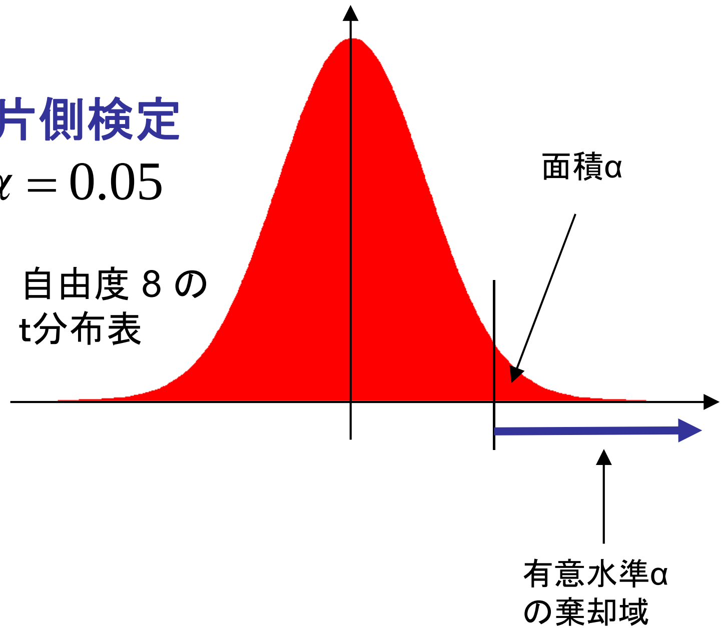
帰無仮説： $\mu_A = \mu_B$

対立仮説： $\mu_A > \mu_B$

片側検定

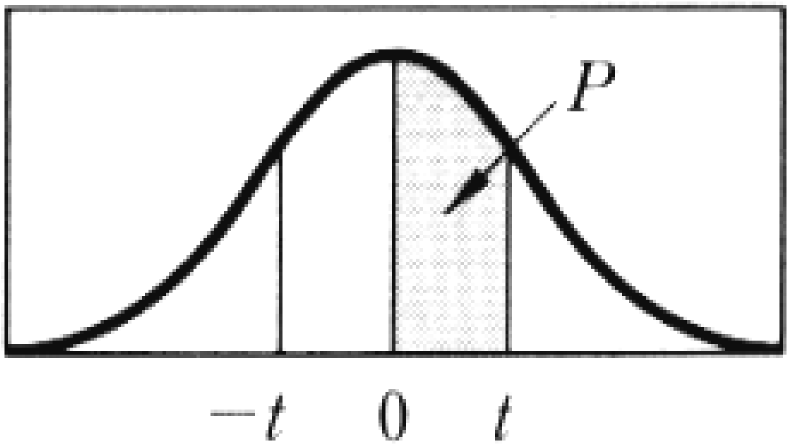
$\alpha = 0.05$

データ数 m = 5, n = 5　自由度 5+5-2 = 8



t 分布表

自由度
（Degree of freedom）
(n-1)



カゲの部分の確率 P に対する t の値を示す。

d.f. \ P	.25	.40	.45	.475	.49	.495	.4995
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

【参考：ガンマ関数】

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(1) = 1 \quad \Gamma(2) = 1 \quad \Gamma(3) = 2$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

x が正の整数のとき

$$\Gamma(x) = (x-1)!$$

【演習問題】　　　　　　　　　学籍番号　　　　　　　氏名

次のデータは、ある繊維にA、Bの2種類の強化剤を塗布した場合の強度を測定したものである。これらの強化剤には効果に差があるといえるか。有意水準 5%で検定せよ。

ただし $\sqrt{\dfrac{5}{39}} = 0.358$ として計算せよ。

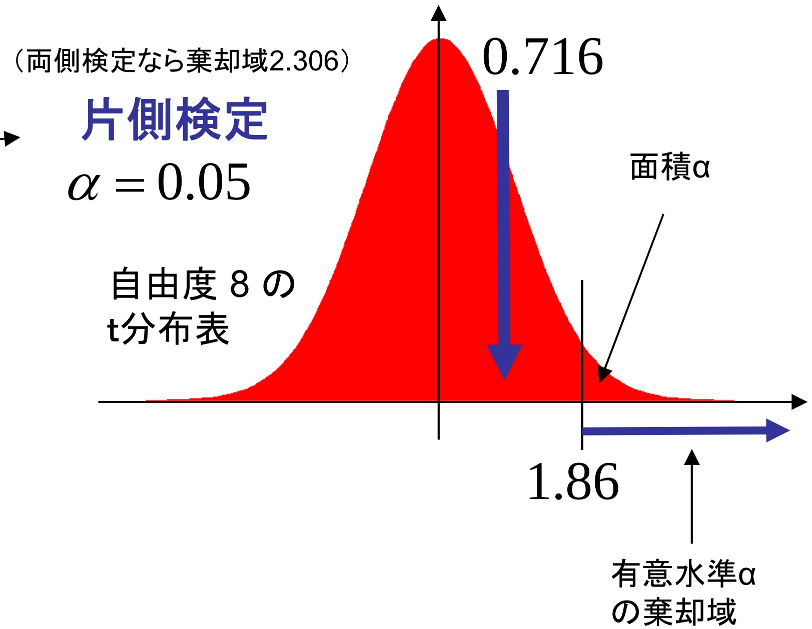
また強度は正規分布をしめすものと仮定する。

A	48, 42, 62, 62, 56	（平均 54）
B	52, 44, 38, 58, 58	（平均 50）

帰無仮説: $\mu_A = \mu_B$

対立仮説: $\mu_A > \mu_B$

データ数 m = 5, n = 5　自由度 5+5-2 = 8



$$t = \left(\bar{x} - \bar{y}\right)\sqrt{\frac{(m+n-2)\,mn}{\left((m-1)U_x^2 + (n-1)U_y^2\right)(m+n)}}$$

$$= (54-50)\sqrt{\frac{(5+5-2)\times5\times5}{\left((5-1)\times78+(5-1)\times78\right)(5+5)}}$$

$$= 0.716$$

棄却域に入らないので、
帰無仮説は棄却できない
＝効果に差があるとはいえない