【制約のない関数最適化】 滑降シンプレックス法

関数の勾配を計算せずに最小値を得る

N次元変数関数に対してN+1コ以上のシンプレックス(探索点) x_j について以下を定義

1) 目的関数値が最大の点 x_h ← 関数最小化なので、最悪の点
2) 目的関数値が2番目に大きい点 x_s
3) 目的関数値が最小の点 x_l ← 関数最小化なので、最良点
4) $i = h$なる点を除いた全ての x_j の重心 x_g

(操作1:反射) x_h を以下の x_r で置き換える:

$$x_r = (1+\alpha)x_g - \alpha x_h$$, ただし $\alpha > 0$ は反射係数

(操作2:拡大) $x_g - x_r$ 方向に沿って x_r を以下の x_e に置き換える:

$$x_e = \gamma x_r + (1-\gamma)x_g$$, ただし $\gamma > 0$ は拡大係数

(操作3:縮小) x_h を以下の x_c で置き換える:

$$x_c = \beta x_h + (1-\beta)x_g$$, ただし $0 < \beta < 1$ は縮小係数

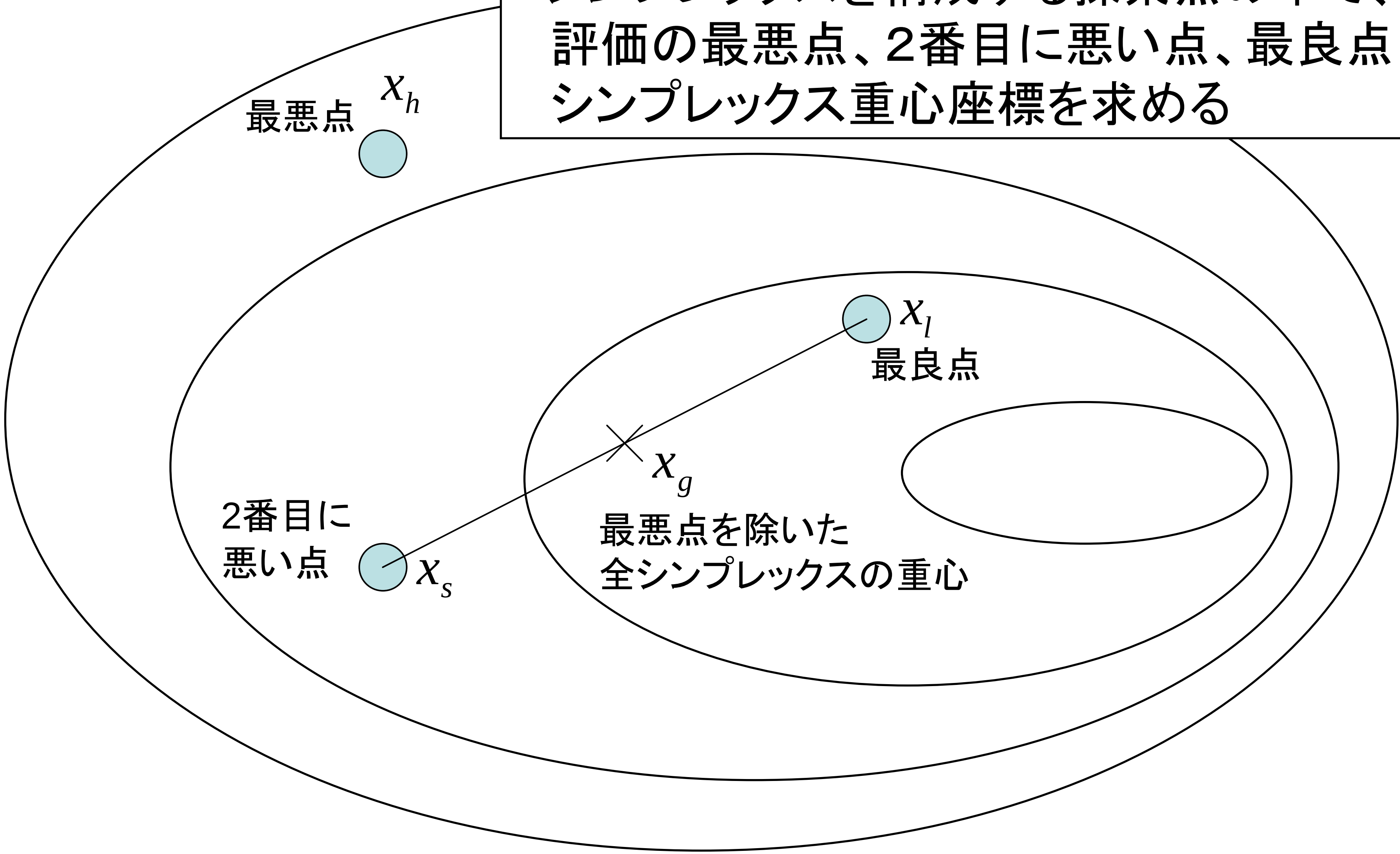
(操作4:収縮) シンプレックス全体を x_l の方向へ半分に縮小する

$$x_i = 0.5(x_l + x_i)$$, ただし $i = 1, \cdots n+1$

これらの操作を、次に述べる手順で組合せ，シンプレックスを更新する。
基本的に，最悪点をシンプレックス重心の逆側へ移動して関数値を小さくしていく。
$\alpha = 1, \quad \beta = 0.5, \quad \gamma = 2$ が経験的に良い

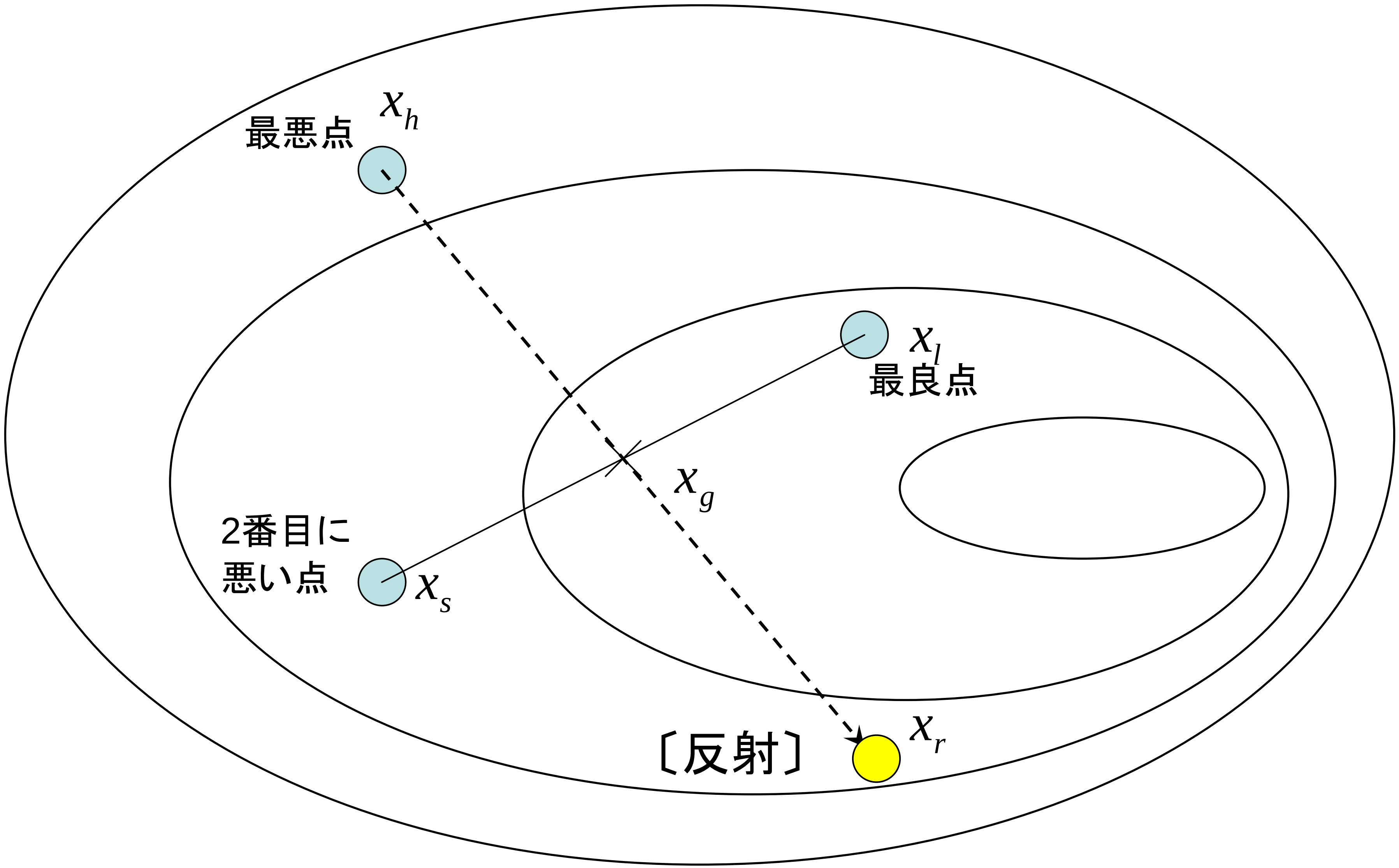
滑降シンプレックス法の動作　〔スタート〕

・シンプレックスを構成する探索点の中で、
評価の最悪点、2番目に悪い点、最良点
シンプレックス重心座標を求める



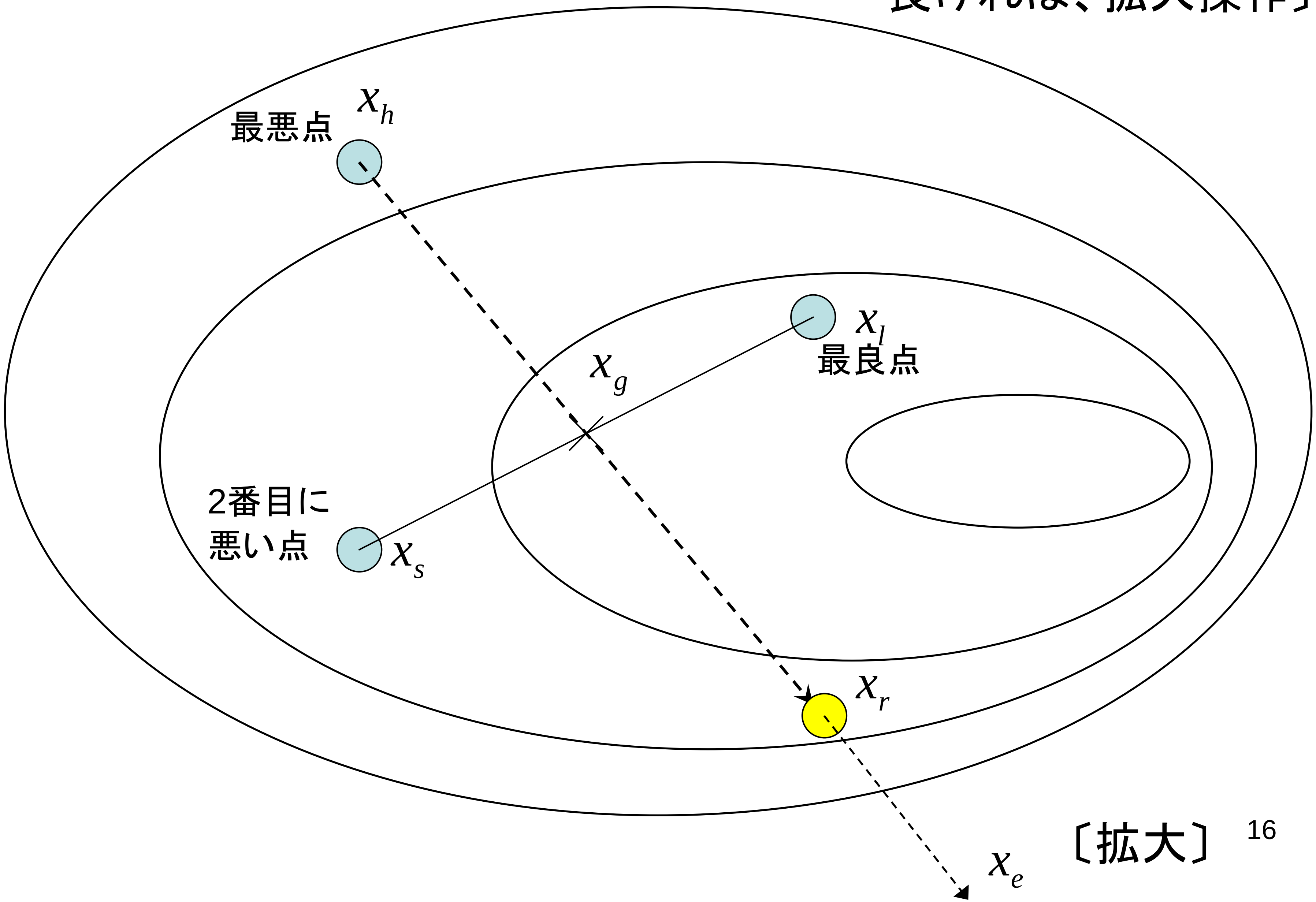
滑降シンプレックス法の動作

〔まずは反射操作〕



滑降シンプレックス法の動作

〔反射の結果が最良点より
良ければ、拡大操作〕

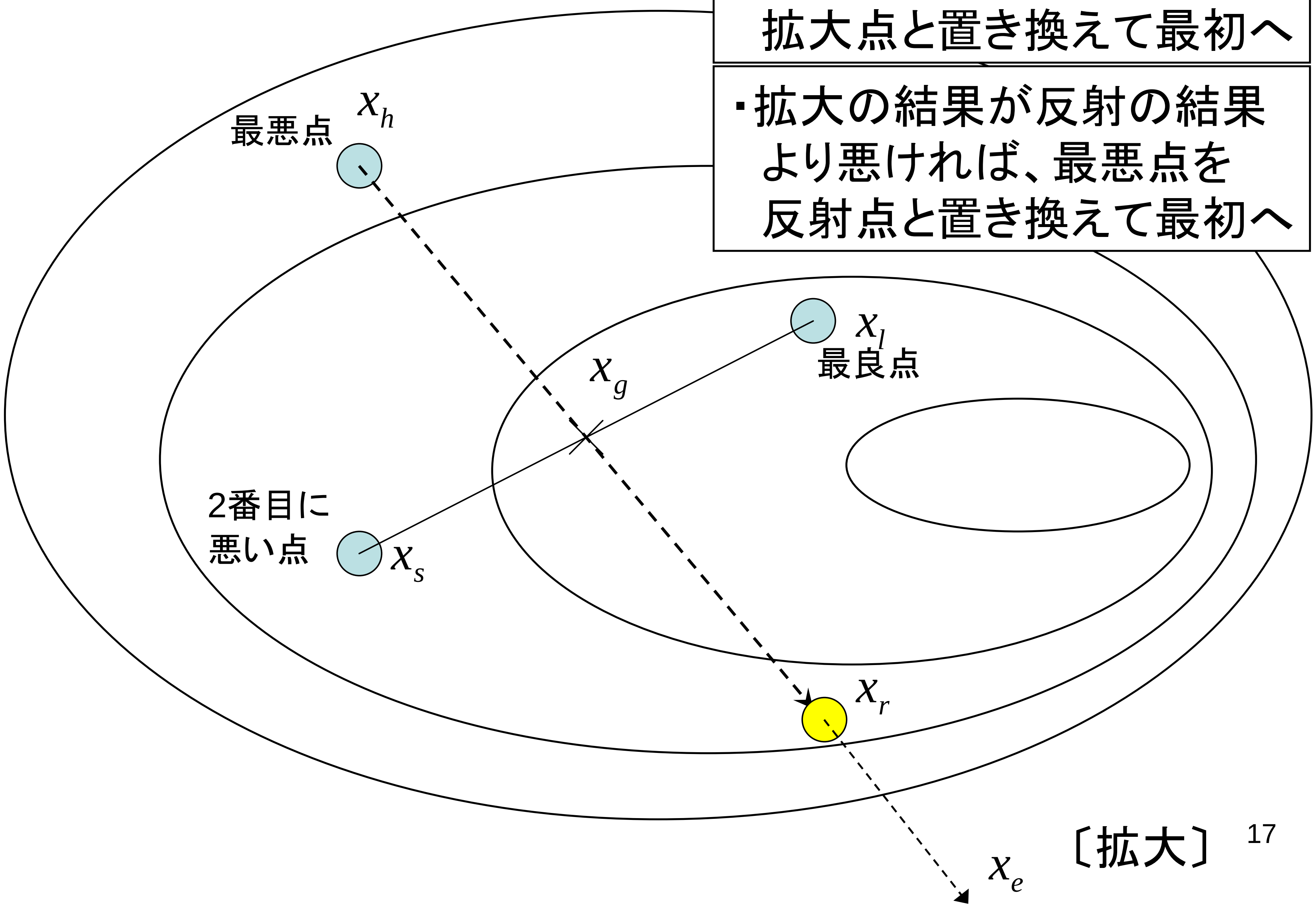


〔拡大〕

滑降シンプレックス法の動作

・拡大の結果が反射の結果より良ければ、最悪点を拡大点と置き換えて最初へ

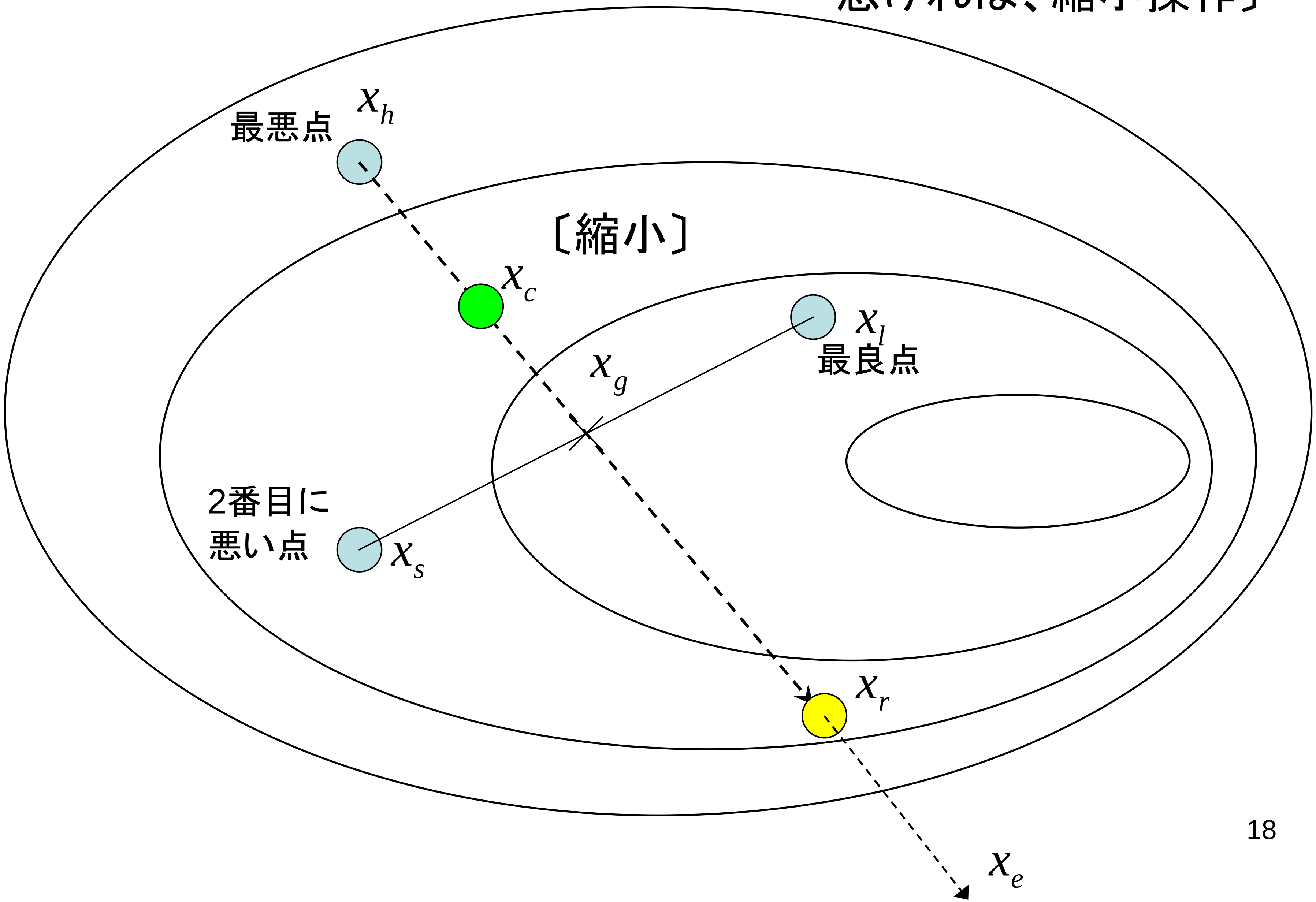
・拡大の結果が反射の結果より悪ければ、最悪点を反射点と置き換えて最初へ



〔拡大〕

滑降シンプレックス法の動作

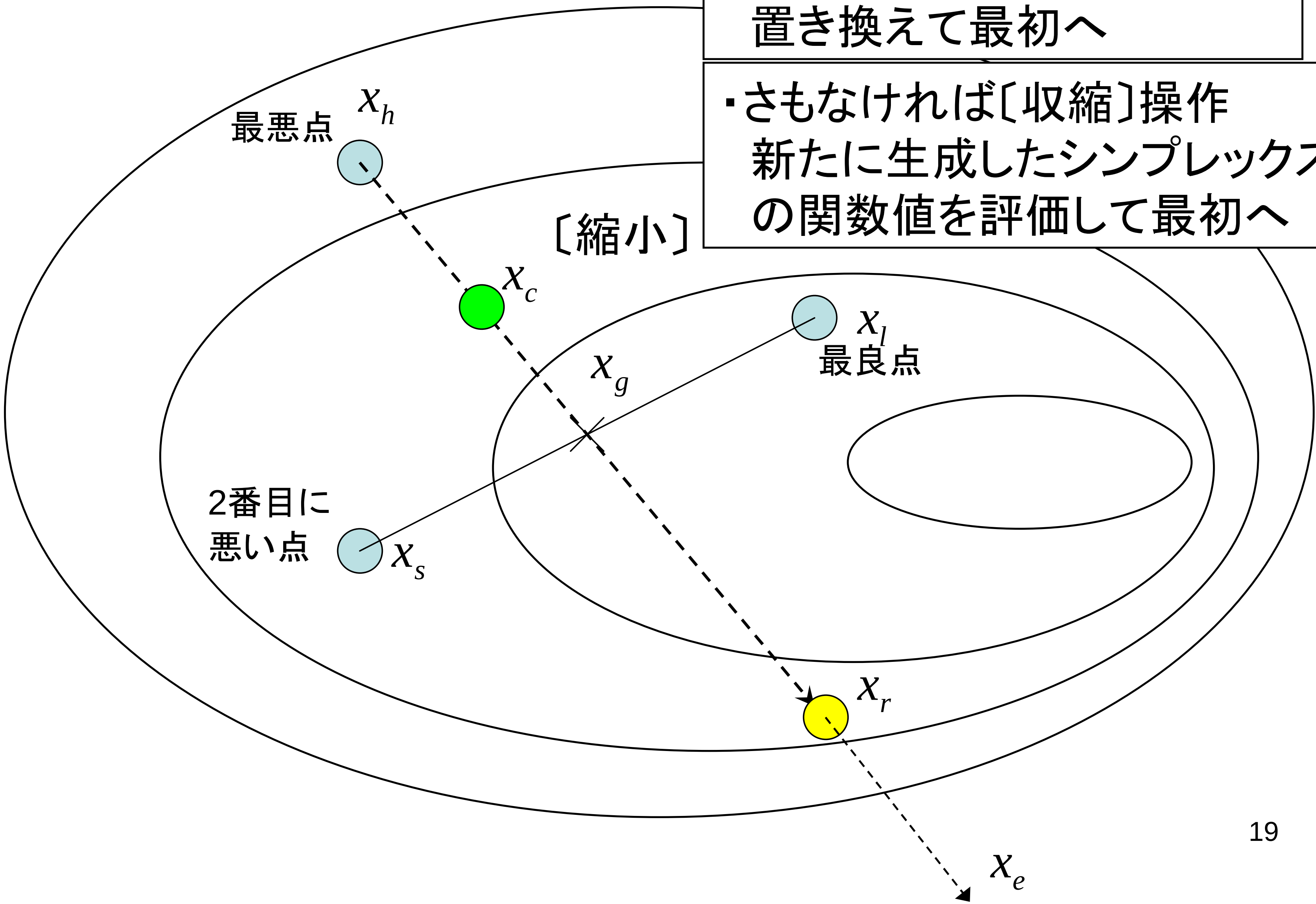
〔反射の結果が最悪点より
悪ければ、縮小操作〕



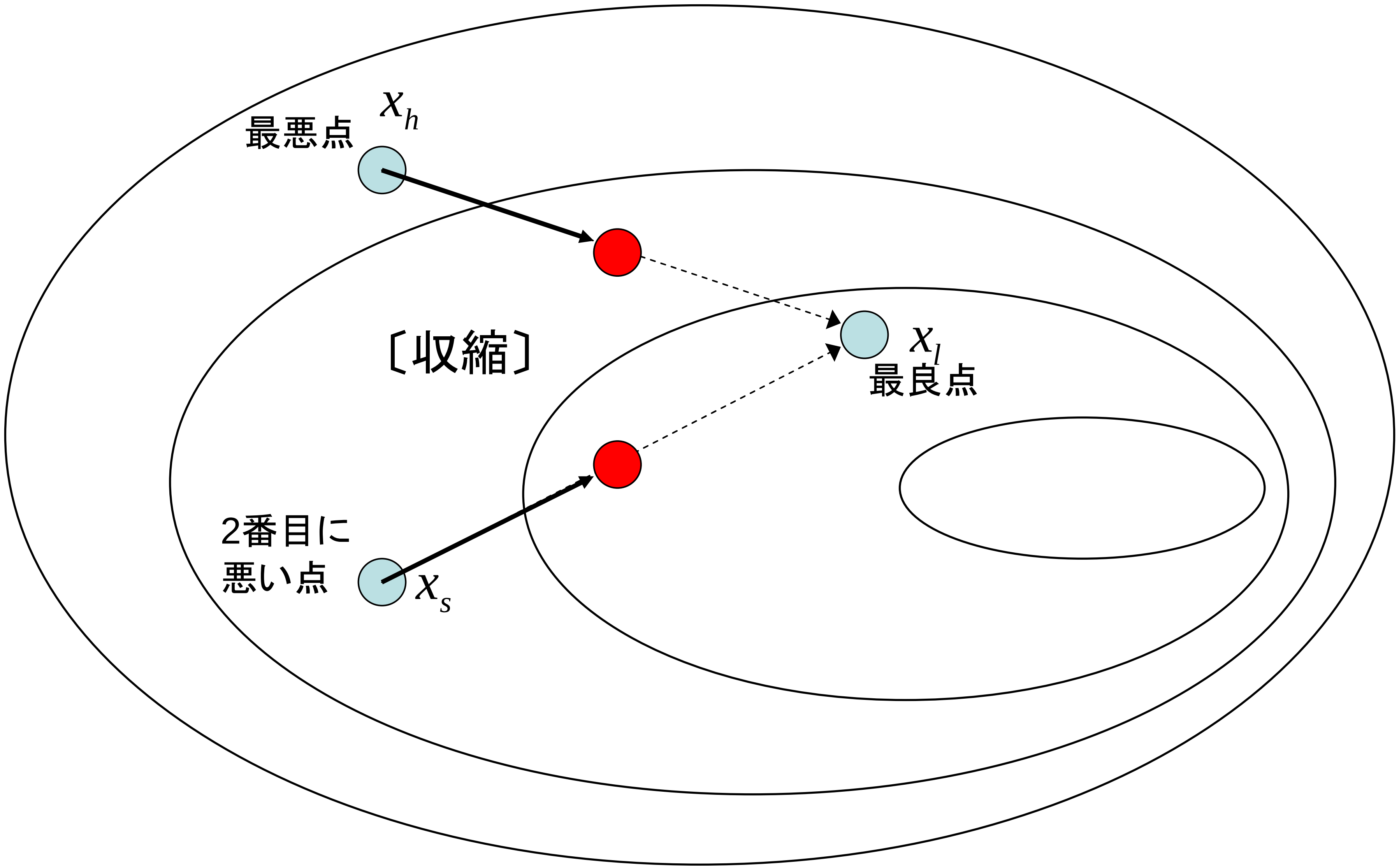
滑降シンプレックス法の動作

・縮小の結果が最悪点より良ければ、最悪点を縮小点と置き換えて最初へ

・さもなければ〔収縮〕操作
新たに生成したシンプレックスの関数値を評価して最初へ



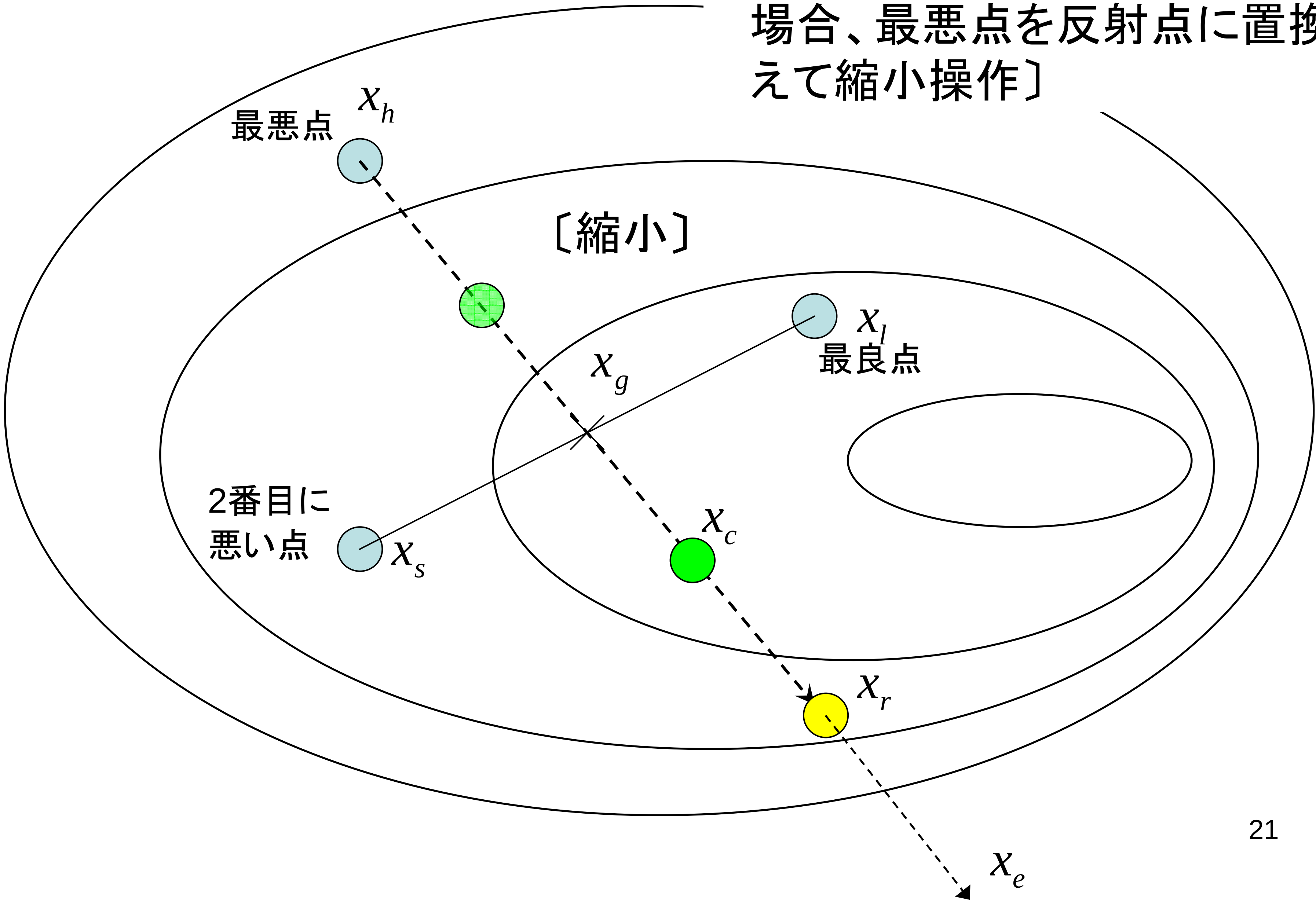
滑降シンプレックス法の動作



シンプレックス全体を最良点の方向へ移動（最良点は動かない）

滑降シンプレックス法の動作

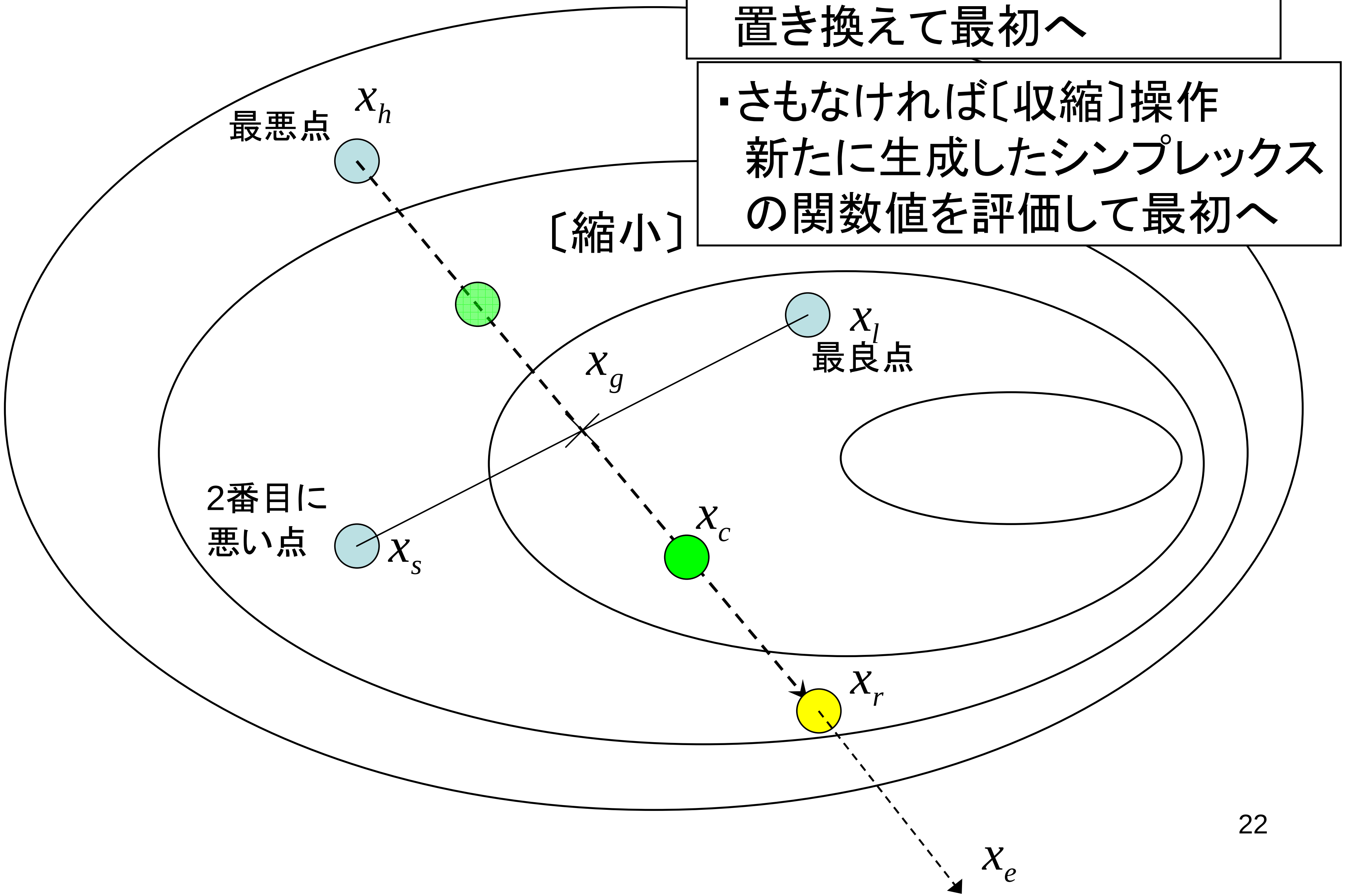
〔反射の結果が最悪点よりましだが2番目に悪い点より悪い場合、最悪点を反射点に置換えて縮小操作〕



滑降シンプレックス法の動作

・縮小の結果が最悪点より良ければ、最悪点を縮小点と置き換えて最初へ

・さもなければ〔収縮〕操作
新たに生成したシンプレックスの関数値を評価して最初へ



滑降シンプレックス法の動作

〔反射の結果が2番目に悪い点よりましだが最良点ほどではない場合、最悪点を反射点に置き換えて最初へもどる〕